Popravni prvog kolokvijuma iz Linearne algebre

Jul, 2020

Zadaci:

1. Neka je U potprostor vektorskog prostora R^4,

$$U = \{(a, b, c, d): a + 2c = b, b - a = 2c\}$$

a) Naći direktni komplement potprostora U.

b) Naći $U \cap L$, gdje je L potprostor vektora iz R^4 čije su parne koordinate međusobno jednake.

2. Za koju vrijednost parametra $k \in R$ iz linearne nezavisnosti vektora a_1, a_2, a_3 slijedi linearna nezavisnost vektora $ka_1 + a_2, a_1 + ka_2 + a_3, a_1 + a_2 + ka_3$.

3. Neka je $L = \{f \in P_{\leq n}: f(1) - f'(1) = 0\}$.

a) Dokazati da je L potprostor odgovarajućeg vektorskog prostora.

b) Naći bazu i dimenziju potprostora L.

Teorija:

1. a)Vektorski potprostor V je direktna suma svojih potprostora L_1 i L_2 ako i samo ako su zadovoljeni sljedeći uslovi:
   1) $L_1 \cap L_2 = \{0\}$
   2) $\dim V = \dim L_1 + \dim L_2$.
   Dokazati.

   b)U slučaju kad je $V = R^3$ i $L_1 = \mathcal{L}\big((2,0,1)\big)$ odrediti jedan direktni komplement potprostora L_1.

2. a)Definicija skalarnog proizvoda.
   b)Ako su u Euklidskom prostoru E vektori x i y ortogonalni, pri čemu je $\|x\| = \|y\| = 1$ odrediti $\|x + 2y\|$.
   c)Definicija matrice prelaza sa baze e na bazu f.
   d) Neka su $e = (e_1, e_2), f = (f_1, f_2)$ baze vektorskog prostora R^2 i neka je $P_{e \to f} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Odrediti $P_{f \to e}$.